

Fórmulas y ecuaciones trigonométricas

1. LECTURA COMPRENSIVA

2. LO QUE VAMOS A ENSEÑAR

EN BUSCA DEL CONOCIMIENTO. SABER PARA CONOCER

Trabajando el conocimiento

Para el desarrollo de las clases podemos utilizar el siguiente guión:

1. Fórmulas trigonométricas

Haremos todas las deducciones partiendo de un triángulo rectángulo cuya hipotenusa valga 1.

$$1) (\cos \alpha)^2 + (\sin \alpha)^2 = 1$$

$$2) \operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$3) 1 + (\operatorname{tg} \alpha)^2 = \frac{1}{(\cos \alpha)^2} = \sec \alpha$$

Ej:

- Sabiendo que $\cos \alpha = 0,6$ hallar el resto de las razones.
- Sabiendo que $\operatorname{tg} \alpha = \sqrt{3}$ hallar el resto de las razones.

Relaciones entre ángulos complementarios.

2. Razones trigonométricas elementales

Como actividad introductoria se puede pedir resolver:

- Triángulo rectángulo de catetos 1, ángulo 45° . (la escuadra)
- Triángulo rectángulo de hipotenusa 1, ángulo de 30° (el cartabón).

Finalmente poner la tabla de las razones de los ángulos de 30° , 45° y 60° .

3. Ampliación de las razones trigonométricas

A. Circunferencia goniométrica: ángulos positivos, negativos, cuadrantes, ...

Ángulos equivalentes: mayores de 360° y negativos.

B. Razones de un ángulo cualquiera:

$$\cos \alpha = x$$

$$\sin \alpha = y$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{y}{x}$$

En una tabla poner el signo de cada razón apoyándonos en la circunferencia goniométrica.

	0°	I	90°	II	180°	III	270°	IV	360°
sen α	0	+	1	+	0	-	-1	-	0
cos α	1	+	0	-	-1	-	0	+	1
tg α	0	+	\nexists	-	0	+	\nexists	-	0

Ej:

Hallar el valor del resto de las razones de $\alpha \in \text{II}$ y que $\text{sen } \alpha = 0,8$

Hallar el resto de las razones de $\alpha \in \text{III}$ y que $\text{tg } \alpha = \sqrt{3}$

4. Relación entre los cuadrantes

I y II

La relación es entre ángulos suplementarios

$$\text{sen } \alpha = \text{sen } (180 - \alpha)$$

$$\cos \alpha = -\cos (180 - \alpha)$$

$$\text{tg } \alpha = -\text{tg } (180 - \alpha)$$

Ej:

$$\text{sen } 160^\circ =$$

$$\cos 145^\circ =$$

$$\text{tg } 110^\circ =$$

I y III

$$\text{sen } \alpha = -\text{sen } (\alpha - 180)$$

$$\cos \alpha = -\cos (\alpha - 180)$$

$$\text{tg } \alpha = \text{tg } (\alpha - 180)$$

Ej:

$$\text{sen } 250^\circ =$$

$$\cos 260^\circ =$$

$$\text{tg } 190^\circ =$$

I y IV. OPUESTOS

$$\text{sen } \alpha = -\text{sen } (360 - \alpha)$$

$$\cos \alpha = \cos (360 - \alpha)$$

$$\text{tg } \alpha = -\text{tg } (360 - \alpha)$$

$$\text{sen } -\alpha = -\text{sen } \alpha$$

$$\cos -\alpha = \cos \alpha$$

$$\text{tg } -\alpha = -\text{tg } \alpha$$

Ej:

$$\text{sen } 350^\circ =$$

$$\cos 300^\circ =$$

$$\text{tg } 290^\circ =$$

5. Identidades y ecuaciones trigonométricas

Identidad: Se cumple para cualquier valor de las variables. Por ejemplo, el cuadrado de una suma.

Ecuación: Se cumple sólo para algunos valores (incógnitas).

Ej:

Demostrar que $(\cos x + \operatorname{sen} x)^2 = 1 + 2 \cos x \operatorname{sen} x$

Resuelve:

1. $\operatorname{tg} 2x = 1$
2. $\cos^2 x + \cos x = \operatorname{sen}^2 x$

Una actividad interesante para este tema sería

Se puede proponer también que un par de alumnos por tema expongan en tres minutos ante sus compañeros los temas siguientes:

1. La biografía del tema.
2. Una síntesis de la proyección con coloquio.

En esta parte se pueden ir dando apuntes sobre cómo hablar en público destacando cada día un aspecto.

Ejercicios prácticos para asentar el concepto

Sería suficiente seleccionar algunos de los que vienen en cualquier libro de texto.
Trabajo sobre la biografía de un matemático según se indica más arriba.

COMPETENCIAS BÁSICAS DE LA PROPIA ASIGNATURA. SABER PARA APLICAR

(Aplicabilidad personal, familiar, social, cultural,...)

- Asignación del signo correspondiente a las razones trigonométricas según la amplitud del ángulo.
- Hallar el equivalente a cualquier ángulo dentro del intervalo fundamental de 0° a 360° .
- Reducción de las razones trigonométricas al primer cuadrante.
- Saber hacer deducciones utilizando las fórmulas trigonométricas.
- Saber resolver ecuaciones trigonométricas elementales.

COMPETENCIAS BÁSICAS COMO EJERCICIO TRANSVERSAL DENTRO DE LA UNIDAD

1. Competencia en comunicación lingüística

A través de los trabajos sobre la biografía de un matemático.
Interpretación de problemas geométricos y descripción de los mismos.
Por medio de la exposición oral en el aula del trabajo sobre la biografía y la del vídeo.

2. Competencia matemática

Ya viene desarrollada más arriba.

3. Competencia en el conocimiento y la interacción con el mundo físico

Son numerosas las relaciones de este tema con el mundo físico a través de todos los fenómenos relacionados con movimientos angulares.

4. Tratamiento de la información y competencia digital

La lectura del libro de texto, la consulta de internet en la página reseñada más arriba, suponen un tratamiento de la información por las actividades que se proponen.

La utilización de internet para recabar información.

El uso de la calculadora científica que en este tema tiene gran incidencia.

5. Competencia social y ciudadana

Esto lo cultivaremos por los momentos de trabajo en clase. Trabajo en equipo con su compañero, exposición de preguntas o sugerencias,... Los debates después del visionado.

6. Competencia cultural y artística

La biografía del matemático que se trabaja es una ventana a una época y a un lugar histórico.

7. Competencia para aprender a aprender

La utilización de la calculadora científica requiere una buena dosis de autoaprendizaje. También la utilización del libro de texto para resolver dudas y la consulta en internet.

Los problemas de esta parte también tienen un alto grado de creatividad y de ensayo de propias conjeturas.

8. Autonomía e iniciativa personal

Sobre todo en la elaboración de los trabajos que tienen su parte abierta y facilitan la investigación personal así como la exposición de la propia percepción de las cosas.

3. EVALUACIÓN

EVALUACIÓN COMÚN DEL SABER PARA CONOCER

La realización de un ejercicio sobre los conocimientos parece el núcleo de nuestra evaluación.

Parece que este apartado no ofrece mayor problema. Tendríamos que seleccionar ejercicios teóricos y prácticos de cada uno de los apartados del guión previsto. Podríamos evaluar los siguientes conocimientos:

1. Calcula las razones trigonométricas de un ángulo conociendo el valor de una de ellas y utilizando la calculadora
2. Conoce el valor exacto de las razones de 30° , 45° y 60° y sabe aplicarlo para deducir el valor de las razones de otros ángulos relacionados.
3. Utiliza los conceptos, procedimientos y terminología de la trigonometría y los triángulos con propiedad.
4. Reduce al primer cuadrante las razones trigonométricas de un ángulo cualquiera.
5. Demuestra identidades trigonométricas utilizando la relación fundamental de la trigonometría y las derivadas de ellas.
6. Resuelve ecuaciones trigonométricas sencillas utilizando la relación fundamental de la trigonometría y las derivadas de ellas.

EVALUACIÓN DE LAS COMPETENCIAS BÁSICAS DE SABER PARA APLICAR

La selección de algunos problemas que estén relacionados con los contenidos anteriores.

NOTA.-

Algunas ideas están tomadas del material para el profesor de la editorial BRUÑO.

ANEXO.-